

Vizvári Z.¹ – Győrfi N.² – Klincsik M.³ – Sári Z.³ – Odry P.⁴

¹*Mérnöki és Smart Technológiák Intézet, Környezetmérnök Tanszék
Pécsi Tudományegyetem, Műszaki és Informatikai Kar
7624 Pécs, Boszorkány út 2.*

²*Élettani Intézet
Pécsi Tudományegyetem, Általános Orvostudományi Kar
7624 Pécs, Szigeti út 12.*

³*Informatika és Villamos Intézet, Műszaki Informatika Tanszék
Pécsi Tudományegyetem, Műszaki és Informatikai Kar
7624 Pécs, Boszorkány út 2.*

⁴*Informatikai Intézet, Számítógéprendszerek és Irányítástechnikai Tanszék
Dunaújvárosi Egyetem
2401 Dunaújváros, Táncsics Mihály utca 1/A fszt.*

ÚJ MEGKÖZELÍTÉSŰ ELEKTROMOS IMPEDANCIA TOMOGRÁFIÁS REKORNSTRUKCIÓS ALGORITMUS VALIDÁLÁSA ELLENÁLLÁS HÁLÓZATON

Az Elektromos Impedancia Tomográfia megvalósításának kutatását, mivel a módszer megvalósítása nem tekinthető sztenderdizáltnak, roncsolásmentes mivolta miatt jelenleg is igen nagy figyelem övezi a mérés technika alkalmazásának számos területén. A módszer előnye a denzitás alapú módszerekkel (pl. akusztikus, optikai mérések stb.) szemben, hogy a vizsgált objektum kémiai tulajdonságai enged következtetni. Kutatócsoportunk a módszer megvalósításának egy új nézőpontját vizsgálja. Ennek következtében a vizsgált, kontinuumnak tekinthető, anyagot koncentrált paraméterű, lineáris hálózatként modellezve a gráf ágain levő súlyokat, azaz cikkünkben ellenállásokat kívánjuk meghatározni. A matematikai modell definiálása után fizikai modellt készítettünk, amelyen validálva a módszert, visszakaptuk a gráf ágaira elhelyezett ellenállás értékeket azok toleranciáján belül.

1. BEVEZETÉS

Az EIT kiértékelési algoritmusainak elméleti háttérével foglalkozó szakirodalmak mennyisége igen jelentős. Cikkünkben igyekeztünk azokat megjelölni, melyek valamilyen módon hasznunkra váltak a bemutatott mérföldkő eléréséhez. Ezek a [1] – [26]. Az EIT mérés alapvető parciális differenciál egyenlete képezi a kiértékelés alapját: [2]

$$\nabla \cdot \sigma \nabla \phi = 0 \quad (1.1)$$

Ez az elektromosságban Poisson-egyenletként ismert és abban az esetben, ha a vezetőképesség a helytől független, azaz homogén, izotróp közegben, Laplace-egyenletre egyszerűsödik: [2]

$$\Delta\phi = 0 \tag{1.2}$$

Mind a Poisson-, és a Laplace-egyenlet megoldható az ún. Dirichlet-, és Neumann-peremfeltételek, vagy mindkettő egyidejű megadásával. [2]

A megoldáshoz többféle matematikai módszer áll a rendelkezésre. Ilyenek a véges elem módszer (FEM, Finite Element Method, [2]), a peremelem módszer (BEM, Boundary Element Method, [3]), a véges differenciák módszere (FD, Finite Differences) stb.

A mérés során a legfőbb célunk, hogy az (1.1) egyenletben szereplő, helytől függő vezetőképességet határozzuk meg. Erre különböző inverz probléma megoldási módszerek állnak a rendelkezésünkre: [4]

- LBP: linear back projection („lineáris visszavetítés”)
- nem lineáris módszerek,
- heurisztikus (empírikus) módszerek.

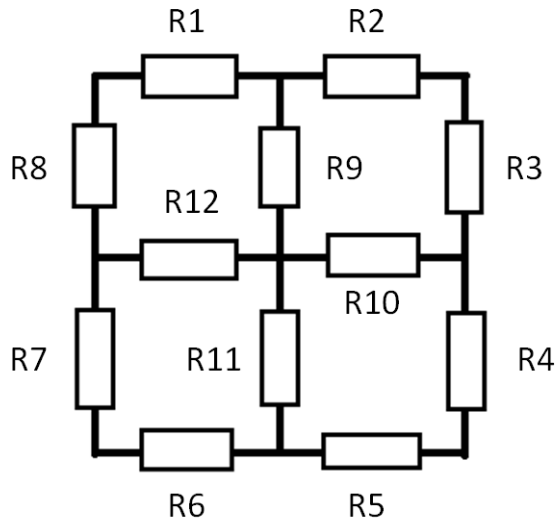
Az EIT mérések a mérési geometria szempontjából két fő csoportra oszthatóak fel:

1. ha a földfelszínen helyezük el az elektródákat, végtelen féltérrel modellezhetjük az adott szituációt;
2. ha élő fára helyezük el az érzékelőket egy kör mentén, zárt geometriával, körrel modellezhetjük a mérést.

Mivel a peremfeltételek nem végtelen féltér, hanem zárt geometriai alakzat esetében vannak értelmezve, ezért a mérés technikai megoldásokban kereshetünk analógiákat, azonban a kiértékelés és képalkotás területén ez sokkal nehezebb feladat.

2. A SAJÁT FEJLESZTÉSŰ KIÉRTÉKELŐ ALGORITMUS

A kiértékelés, illetve az ún. inverz feladat megoldásának közelítése érdekében, az ez irányú kutatási munka első lépéseként fontosnak tartottuk, hogy magát a fizikai háttérrel olyan mértékig egyszerűsítsük, hogy szinte kizárólag az inverz feladat megoldására tudjunk koncentrálni. Így jutottunk el addig a megfontolásig, hogy első lépésben a folytonos fizikai rendszerekről (validáló edény esetében sóoldat, illetve maga a faanyag) diszkrét, koncentrált rendszerekre térünk át. Így a differenciál egyenlet által leírt fizikai rendszert passzív, lineáris áramköri elemek hálózatára egyszerűsítettük. Meglepő volt számunkra, hogy a fizikai problémát az elméleti villamosságtan egyik kiemelt inverz problémájaként tartják számon és igen nagy irodalma van. Ilyenek például a [5]. Ezekben egyszerűbb ellenálláshálóok inverz feladatát ismertetik és megoldási lehetőségeket mutatnak be. Ezek alapján egyszerűbb ellenálláshálóokon kezdve a kísérletezést, a következő ellenállásháló inverz feladatát oldottuk meg (2.1. ábra):



2.1. ábra
12 ágból és 5 csomópontból álló ellenállásháló

Az inverz feladat megfogalmazása a következő: határozzuk meg az R1, R2,... R12 értékeket, abban az esetben ha csak az ellenállások által alkotott háló szerkezetét ismerjük!

A példa megoldásához alkalmazhatóak a passzív, lineáris hálózat leírását szolgáló Kirchhoff-törvények, illetve az Ohm-törvény, melyeket gráfelméletes hálózatszámítási módszerek segítségével így fogalmazhatunk meg mátrix alakban:[6]

1. Kirchhoff-csomóponti törvény (Kirchhoff's Current Law, KCL):

$$\mathbf{A}^T \vec{i}_b = \vec{i}_g \quad (2.1)$$

2. Kirchhoff huroktörvény (Kirchhoff's Voltage Law, KVL):

$$\vec{v}_b = \vec{e}_g - \mathbf{A} \vec{u}_n \quad (2.2)$$

3. Ohm-törvény (Ohm's Law, OL):

$$\vec{v}_b = \mathbf{G} \vec{i}_b \quad (2.3)$$

Ahol

\mathbf{A} : a hálózat gráfját és a felvett áramirányokat leíró ág – csomópont topológiai mátrix

\vec{e}_g : a hálózat ágaiban található feszültséggenerátorok vektora,

\vec{i}_g : a hálózat ágaiban található áramgenerátorok vektora,

\vec{i}_b : a hálózat ágain folyó áramok vektora,

\vec{u}_n : a hálózat csomópontjaiban, (egy tetszőlegesen kijelölt 0V-hoz képest) mérhető potenciálok vektora,

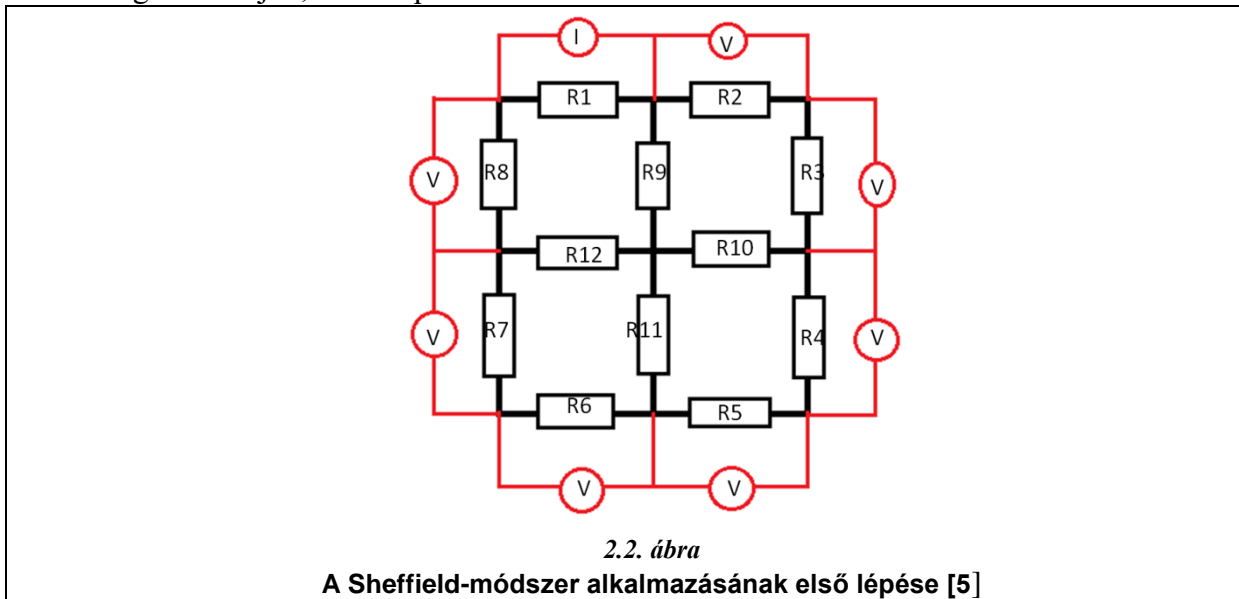
\vec{v}_b : a hálózat ágain mérhető feszültségesések vektora,

\mathbf{G} : a hálózat ágain levő vezetőképességek mátrixa (diagonális mátrix).

A fenti egyenletekből egyértelműen kiolvasható, hogy a célunk a \mathbf{G} mátrix kiszámítása, ami első lépésben nem tűnik nehéz feladatnak. Azonban, ha szembesülünk azzal a ténnyel,

hogy a méréseinket, azaz az adatgyűjtést csak a peremen végezhetjük, tehát az R1, R2, ..., R8 ellenállások ágain (2.1. ábra), akkor jövünk rá, hogy valójában sokkal több ismeretlenünk van, mint egyenletünk.

A helyzetet javíthatunk, ha egy ún. mérési stratégiát választunk. A mérés kivitelezéséhez első lépésben a Sheffield-módszert („adjacent-pattern”) használtuk. Ennek első lépését szemlélteti a 2.2. ábra. A Sheffield-módszer esetében áramgenerátoros gerjesztést alkalmazunk, melyet egy, a peremen elhelyezkedő ágra (szomszédos csomópontokra) kötünk. A méréseket is ezt követve végezzük: a peremen, szomszédos csomópontokra kötjük a mérőcsatornák bemeneteit. Mivel differenciális mérőbemenetekkel rendelkezünk, ezért a polaritás-helyesen bekötött mérőcsatornák segítségével a peremen elhelyezkedő ágakon eső feszültségeket mérjük, azonos polaritással.



3. A KIÉRTÉKELŐ ALGORITMUS VALIDÁLÁSA

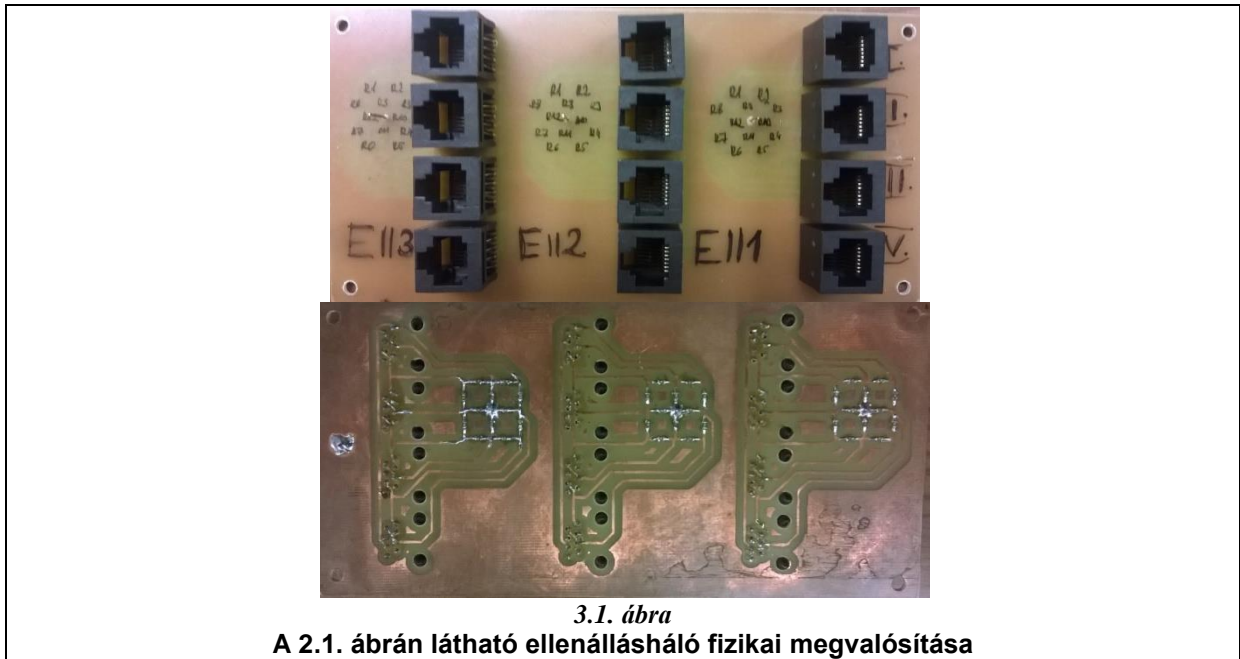
A mérési stratégia első lépésének realizálását az 2.2. ábrán láthatóan végeztük el. Az R1, R2, ..., R8 ellenállások ágaihoz csatlakoztattuk a mérőbemeneteket, míg az áramgenerátort az R1 ellenállás ágára kötöttük. A továbbiakban a mérőcsatornák nem kerültek multiplexelésre, csak a gerjesztés vándorolt R8-ig. A generátor kapcsolási sorrendjét foglalja össze a következő táblázat (3.1. táblázat):

3.1. táblázat

A Sheffield-módszer esetében alkalmazott generátor kapcsolási sorrendje, míg a mérőcsatornák helye nem változik [5]

Ág	I. mérés	II. mérés	III. mérés	IV. mérés	V. mérés	VI. mérés	VII. mérés	VIII. mérés
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1

A megépített fizikai modellt a következő kép szemlélteti (3.1. ábra):



A mérési eredmények, a kiértékelés, és az inverz feladat nehézségének megértéséhez a következőkkel kell szembesülnünk:

- minden generátor pozícióhoz tartozik 4 db hurokegyenlet és 8 db csomóponti egyenlet, melyek együtt alkotnak egy 12 független egyenletből álló egyenletrendszert,
- minden generátor pozíció esetében csak a peremen levő ágakon ismerjük a feszültségesést, amit be tudunk helyettesíteni az egyenletrendszereinkbe,
- minden generátor pozíció esetében ismeretlen a belső ágakon eső feszültség és az összes ágon folyó áram, valamint az összes ellenállás érték,
- a forgatással együtt még mindig sokkal több ismeretlenünk van, mint egyenletünk.

Ebben az esetben kihasználhatjuk azt, hogy minden forgatás esetében ugyanazok az ellenállás értékek szerepelnek az egyenletekben. Így sikerült kidolgoznunk egy optimalizációs eljárást, mely a mérési adatokból számítja ki a hálózatban levő ellenállások értékeit.

Ennek igazolásaként az E111 ellenálláshálón (3.1. ábra) történt mérés eredményeit mutatnánk be. Az E111 ellenálláshálóba szerelt ellenállások értékei és a visszaállítás során kapott eredmények a következők: (3.2. táblázat)

Az EII1 ellenállás hálón végzett mérés eredményei

	Referencia értékek (Ohm)	1 mérésből (Ohm)	2 mérésből (Ohm)	3 mérésből (Ohm)	4 mérésből (Ohm)	5 mérésből (Ohm)
R1	19984	19807.9	19846.1	19839.9	19842.0	19839.0
R2	20014	20650.4	20685.4	20689.7	20689.5	20690.1
R3	19976	20278.8	20274.1	20273.6	20271.5	20271.6
R4	19966	20414.9	20417.6	20420.6	20423.5	20425.5
R5	20015	20288.4	20273.9	20273.6	20272.0	20270.6
R6	20019	20115.3	20130.1	20142.1	20141.2	20139.9
R7	19989	20102.2	20102.1	20096.1	20094.6	20090.0
R8	20000	19974.5	20039.2	20043.3	20045.5	20046.7
R9	1001	1004.6	1006.0	1006.1	1006.2	1006.2
R10	1002	1016.2	1016.8	1016.9	1017.0	1017.0
R11	1001	1001.4	1001.7	1002.0	1002.1	1002.0
R12	1003	995.9	996.2	996.3	996.5	996.4

	Referencia értékek (Ohm)	6 mérésből (Ohm)	7 mérésből (Ohm)	8 mérésből (Ohm)	9 mérésből (Ohm)	10 mérésből (Ohm)
R1	19984	19837.1	19837.6	19834.3	19838.3	19835.7
R2	20014	20692.6	20694.1	20692.9	20691.5	20695.4
R3	19976	20268.0	20266.3	20269.0	20265.1	20266.3
R4	19966	20421.6	20425.8	20421.8	20424.5	20425.6
R5	20015	20273.2	20270.3	20270.3	20274.5	20270.3
R6	20019	20143.0	20145.8	20144.7	20144.8	20148.4
R7	19989	20089.7	20091.5	20089.8	20088.2	20089.1
R8	20000	20048.7	20048.5	20049.0	20052.2	20051.7
R9	1001	1006.1	1006.2	1006.1	1006.2	1006.2
R10	1002	1016.8	1017.0	1016.9	1016.9	1016.9
R11	1001	1001.9	1002.0	1002.0	1002.0	1002.0
R12	1003	996.5	996.4	996.6	996.5	996.5

A mérés végrehajtása a következőképpen történt:

1. az R1,R2,...,R16 értékeket bemértük KEITHLEY 2100 típusú 6 ½ digitos multiméterrel (a mérés során az ellenállás értékeket az utolsó stabil értékig rögzítettük három mérés során, majd ezek átlagát vettük), ezt tekintjük Referencia értékeknek az 1.2. táblázatban
2. összeszerelés után 10 db mérést végeztünk adatgyűjtés üzemmódban, miközben a nyers adatokat SD kártyán tároltuk
3. az adattáblák darabonkénti előfeldolgozása után mindegyikre külön lefuttattuk az optimalizációs eljárást

Az eredményekről egyöntetűen megállapíthatjuk, hogy meglepően jól közelítik a referencia értékeket. Ezen kívül az is észrevehető, hogy a mérőeszköz, valamint a kiértékelő program igen stabil, a 10 mérés között észrevehetetlen az eltérés. A következő táblázatban foglaltuk össze a mérési eredmények statisztikai paramétereit (3.3. táblázat).

A mérési eredményei statisztikai jellemzői, illetve a referencia értékektől való eltérések

A 10 mérés statisztikai jellemzői				A referenciáktól való eltérések	
Név	Átlag (Ohm)	Szórás (Ohm)	CV (%)	H (Ohm)	h (%)
R1	19836	10.33	0.052	148.20	0.74
R2	20687	13.20	0.064	-673.14	3.36
R3	20270	4.29	0.021	-294.42	1.47
R4	20422	3.64	0.018	-456.14	2.28
R5	20274	5.42	0.027	-258.73	1.29
R6	20140	9.83	0.049	-120.53	0.60
R7	20093	5.26	0.026	-104.34	0.52
R8	20040	23.32	0.116	-39.93	0.23
R9	1006	0.49	0.049	-5.00	0.50
R10	1017	0.23	0.024	-14.84	1.48
R11	1002	0.18	0.018	-0.90	0.09
R12	996	0.19	0.020	6.62	0.66

A mérési eredmények statisztikai jellemzőinek vizsgálatánál képeztük mindegyik kiszámított ellenállás átlagát, majd az egyes R értékeket szórását a 10 db rekonstrukció során. Ezután kiszámítottuk a szórás és az átlag érték százalékos arányát (CV). Ezzel kívánjuk szemléltetni, hogy a 10 db rekonstrukció során maximum 0,1 %-os eltéréssel tudtuk megismételni a mérést. (3.3. táblázat)

A következő lépés annak vizsgálata volt, hogy a visszaállított ellenállás értékek milyen abszolút (H), illetve relatív hibával (h) rendelkeznek a referencia értékekhez képest. Ennek eredményeit mutatja az 1.3. táblázat „A referenciáktól való eltérések” oszlopa. Mely szerint az optimalizáció során kapott ellenállás értékeket max 3,5 %-os relatív hibával kaphatjuk vissza.

4. TOVÁBBLÉPÉSI LEHETŐSÉGEK

Ezen számítási algoritmus validálásával, azaz kutatómunkánk első jelentős mérföldkövével, két irányban léphetünk tovább:

1. bonyolítjuk, fejlesztjük az ellenálláshálót,
2. áttérünk a komplex értékekre a végcélunkhoz igazodva.

A döntésünk az volt, hogy ne bonyolítsuk az ellenálláshálót, hanem térjünk át a komplex írásmódra, hiszen a mérőeszköz szinuszos gerjesztéssel, komplex értékek mérésére készült. Az eddigiekben bemutatott algoritmus komplex értékekre való átírása asztali PC-ink számítási kapacitásainak problémájába ütközött, így rátértünk az algoritmus módosítására. Jelenleg ezen dolgozunk. Célunk, hogy a megfelelő inverz feladat megoldó algoritmus megtalálásával oly mértékig bonyolítsuk az ellenálláshálót, hogy helyettesíthetjük annak fizikai írásmódját a végeeselemes differenciál egyenlet megoldó algoritmussal.

SZAKIRODALOMJEGYZÉK

1. Standeisky I.: Elektrodinamika; 2007, Egyetemi Jegyzet, Széchenyi István Egyetem, UNIVERSITAS-GYŐR Kht., Győr
2. Holder, D. S.: ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY, 2005, Methods, History and Applications, Institute of Physics Publishing, IOP Publishing Ltd.
3. Duraiswami R., Sarkar K., Chahine G. L.: „Efficient 2D and 3D electrical impedance tomography using dual reciprocity boundary element techniques”, Engineering Analysis with Boundary Elements 22 (PII: S0955-7997(98)00028-9), 1998, 13–31,
4. Rasteiro, M. G., Silva, R., Garcia, F. A. P. and Faia P.: „Electrical Tomography: a review of Configurations and Applications to Particulate Processes”, 2011, Hosokawa Powder Technology Foundation
5. Adler, A., Lionheart, W. R. B.: Uses and abuses of EIDORS: An extensible software base for EIT, 2006 Physiol. Meas.
6. Parker, M. J.: An Inverse Problem for Networks, Electrical, Massachusetts Institute of Technology, 1990
7. Erkel, A., Dr Meskó, A., Dr Stegena, L.: Geofizikai Kutatási Módszerek III., 1970, Felszíni Geofizika, Tankönykiadó Vállalat, Bp.
8. Lesparre N., Adler A., Gibert D., Nicollin F.: Electrical Impedance Tomography in geophysics, application of EIDORS, 2017
9. Polydorides, N.: Image reconstruction algorithms for soft-field tomography, 2002, UMIST, PhD thesis
10. Lipponen, A., Seppanen, A., Kaipio, J. P.: „Reduced order estimation of nonstationary flows with electrical impedance tomography”, 2010, 17th Australasian Fluid Mechanics Conference
11. Meraa, NS., Lesnic, D.: A boundary element method for the numerical inversion of discontinuous anisotropic conductivities. 2003, Engineering Analysis with Bondary Elements 27
12. Kima, K. Y., Kima, B. S., Kimb, M. C., Kimc, S.: „Dynamic inverse obstacle problems with electrical impedance tomography, Mathematics and Computers in Simulation” 2004, 66, 399–408
13. Bera, T. K., Nagaraju, J.: „Resistivity imaging of a reconfigurable phantom with circular inhomogeneities in 2D-electrical impedance tomography”, 2010, ELSEVIER 44, 0263-2241
14. George D. L. and Ceccio S. L.: „Validation of Electrical-impedance Tomography for Measurements of Materlal Distribution in Two-phase Flows”, Department of Mechanical Engineering and Applied Mechanics, University of Michigan, 48109-2121 USA
15. Woo, E. J.: „Impedance Spectroscopy and Multi-Frequency Electrical Impedance Tomography”, 2007, International Journal of Bioelectromagnetism, Vol. 9 No. 2
16. Oh, T. I., Koo, H., Lee, K. H., Kim, S. M., Lee, J., Kim, S. W., Seo J. K. and Woo, E. J.: „Validation of a multi-frequency electrical impedance tomography (mfEIT) system KHU Mark1: impedance spectroscopy and time-difference imaging”, 2008, IOP PUBLISHING, Physiol. Meas. 29 295–307
17. Grieve, B. D.: On-line Electrical Impedance Tomography for Industrial Batch Processing, 2002, Department of Chemical Engineering UMIST, Manchester, UK, Thesis
18. Hua, P., Woo, E. J., Webster, J. G., Tompkins, W. J.: „Improved Methods to Determine Optimal Currents in Electrical Impedance Tomography”, 1992, IEEE Transactions On Medical Imaging. Vol. 1 I, NO. 4,

19. Wang, M.: Three- dimensional Effects in Electrical Impedance Tomography, 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, April 14-17, 1999
20. Maimaitijiang, Y., Bohm, S., Gaggero, P. O., Adler A.: „Evaluation of EIT System Performance”, *Physiol Meas.* 2011 Jul;32(7):851-65
21. Hossain, M. A., Dr. A.-U.-Ambia, Aktaruzzaman, M., Khan, M. A.: „Implementation of Radon Transformation for Electrical Impedance Tomography (EIT)”, *International Journal of Information Sciences and Techniques (IJIST)* Vol.2, No.5, September 2012
22. Uhlmann, G.: Electrical impedance tomography and Calder´on’s problem, 2009 *Inverse Problems* 25 123011
23. Lee, I. B.: Determining Conductivity by Boundary Measurements: Some Numerical Results, Institute for Physical Science and Technology, University of Maryland, College Park, Maryland, Technical Note, 1988,
24. Adler, A., Borsic, A., Polydorides, N., Lionheart, W. R. B.: Simple FEMs aren’t as good as we thought: experiences developing EIDORS v3.3, Manchester Institute for Mathematical Sciences, 2008.
25. Polydorides, N., Lionheart W. R. B.: „A Matlab toolkit for three-dimensional electrical impedance tomography: a contribution to the Electrical Impedance and Diffuse Optical Reconstruction Software project”, 2002 *Meas. Sci. Technol.* 13 1871
26. Vauhkonen, M., Lionheart, W. R. B., Heikkinen, L. M., Vauhkonen, P. J., Kaipio, J. P.: A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images, 2001 *Physiol. Meas.* 22 107